AKFVM Numerische Bepreisung von Derivaten

Aufgabenzettel 1

SS 2008, TU Wien, Reinhold Kainhofer

Bsp. 1.1) Versuche, die Black-Scholes-Gleichung auf Derivate von 2 (unabhängigen) risikobehafteten Assets zu verallgemeinern $f(t, S_t^{(1)}, S_t^{(2)})$. Ist dies überhaupt möglich, bzw. welche zusätzlichen Probleme treten auf?

Bsp. 1.2) Betrachte eine ewige amerikanische Put Option ($T = \infty$, Strike K). Sei G der (hier zeitinhomogene) Wert von S, bei dem die Option ausgeübt wird.

- Löse die Black-Scholes Gleichung (für die implizit angegebenen RB) und drücke den Preis in Abhängigkeit von G aus!
- Maximiere den Preis durch geeignete Wahl von G und bestimme so den Preis der ewigen Amerikanischen Put-Option.

Bsp. 1.3) (Bsp. 9+10 in Luenberger, Ch.13) Finde den optimalen Faktor für die Kontroll-Variablen-Methode und bestimme den Wert einer Asiatischen Call-Option aus dem Preis einer Europäischen Option als Kontrollvariable.

Bsp. 1.4) (Bsp. 11 in Luenberger, Ch.13) Bestimme den Preis einer Pay-Later-Option am Binomialgitter und vergleiche diesen mit dem Preis einer Plain-Vanilla Call-Option.

Bsp. 1.5) Betrachte eine Amerikanische Put-Option und bepreise sie am Binomialgitter. Stelle den Verlauf des Preises in Abhängigkeit von der Zeit und dem Kurs des zugrundeliegenden Wertpapiers dar.

Bsp. 1.6) Versuche, auf einfache Weise eine Amerikanische Put-Option mittels Monte-Carlo Methoden zu bewerten und vergleiche die Ergebnisse mit dem exakten Wert aus dem vorigen Beispiel.

Bsp. 1.7) Betrachte eine Europäische Call-Option im Black-Scholes Modell. Bestimme deren exakten Wert, sowie die numerischen Konvergenzraten für:

- Monte-Carlo Simulation ($N \to \infty$)
- Finite-Differenzen (Gitterweite $\to 0$)
- Binomialgitter ($\Delta t \to 0$)